

# DIE NATURWISSENSCHAFTEN

23. Jahrgang

29. November 1935

Heft 48

## Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

VON E. SCHRÖDINGER, Oxford.

### Inhaltsübersicht.

- § 1. Die Physik der Modelle.
- § 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.
- § 3. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsvoraussagen.
- § 4. Kann man der Theorie ideale Gesamtheiten unterlegen?
- § 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?
- § 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.
- § 7. Die  $\psi$ -Funktion als Katalog der Erwartung.
- § 8. Theorie des Messens, erster Teil.
- § 9. Die  $\psi$ -Funktion als Beschreibung des Zustandes.
- § 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.
- § 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
- § 12. Ein Beispiel.
- § 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
- § 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit. Bedenken gegen die Sonderstellung der Zeit.
- § 15. Naturprinzip oder Rechenkunstgriff?

### § 1. Die Physik der Modelle.

In der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts war aus den großen Erfolgen der kinetischen Gastheorie und der mechanischen Theorie der Wärme ein Ideal der exakten Naturbeschreibung hervorgewachsen, das als Krönung jahrhundertelangen Forschens und Erfüllung jahrtausendealter Hoffnung einen Höhepunkt bildet und das klassische heißt. Dieses sind seine Züge.

Von den Naturobjekten, deren beobachtetes Verhalten man erfassen möchte, bildet man, gestützt auf die experimentellen Daten, die man besitzt, aber ohne der intuitiven Imagination zu wehren, eine Vorstellung, die in allen Details genau ausgearbeitet ist, *viel* genauer als irgendwelche Erfahrung in Ansehung ihres begrenzten Umfangs je verbürgen kann. Die Vorstellung in ihrer absoluten Bestimmtheit gleicht einem mathematischen Gebilde oder einer geometrischen Figur, welche aus einer Anzahl von *Bestimmungsstücken* ganz und gar berechnet werden kann; wie z. B. an einem Dreieck eine Seite und die zwei ihr anliegenden Winkel, als Bestimmungsstücke, den dritten Winkel, die anderen zwei Seiten, die drei Höhen, den Radius des eingeschriebenen Kreises usw. mit bestimmen. Von einer geometrischen Figur unterscheidet sich die Vorstellung ihrem Wesen nach bloß durch den wichtigen Umstand, daß sie auch noch in der *Zeit* als vierter Dimension ebenso klar bestimmt ist wie jene in den drei Dimensionen des Raumes. Das heißt es handelt sich (was ja selbstverständlich ist) stets um ein

Gebilde, das sich mit der Zeit verändert, das verschiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn ein Zustand durch die nötige Zahl von Bestimmungsstücken bekannt gemacht ist, so sind nicht nur alle anderen Stücke in diesem Augenblick mit gegeben (wie oben am Dreieck erläutert), sondern ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jedes es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

Natürlich ist man nicht so einfältig zu denken, daß solchermaßen zu erraten sei, wie es auf der Welt wirklich zugeht. Um anzudeuten, daß man das nicht denkt, nennt man den präzisen Denkbeihelf, den man sich geschaffen hat, gern ein *Bild* oder ein *Modell*. Mit seiner nachsichtslosen Klarheit, die ohne Willkür nicht herbeizuführen ist, hat man es lediglich darauf abgesehen, daß eine ganz bestimmte Hypothese in ihren Folgen geprüft werden kann, ohne neuer Willkür Raum zu geben während der langwierigen Rechnungen, durch die man Folgerungen ableitet. Da hat man gebundene Marschroute und errechnet eigentlich nur, was ein kluger Hans aus den Daten direkt herauslesen würde! Man weiß dann wenigstens, wo die Willkür steckt und wo man zu bessern hat, wenn's mit der Erfahrung nicht stimmt: in der Ausgangshypothese, im Modell. Dazu muß man stets bereit sein. Wenn bei vielen verschiedenartigen Experimenten das Naturobjekt sich wirklich so benimmt wie das Modell, so freut man sich und denkt, daß unser Bild in den wesentlichen Zügen der Wirklichkeit gemäß ist. Stimmt es bei einem neuartigen Experiment oder bei Verfeinerung der Meßtechnik nicht mehr, so ist nicht gesagt, daß man sich *nicht* freut. Denn im Grunde ist das die Art, wie allmählich eine immer bessere Anpassung des Bildes, das heißt unserer Gedanken, an die Tatsachen gelingen kann.

Die klassische Methode des präzisen Modells hat den Hauptzweck, die unvermeidliche Willkür in den Annahmen sauber isoliert zu halten, ich möchte fast sagen wie der Körper das Keimplasma, für den historischen Anpassungsprozeß an die fortschreitende Erfahrung. Vielleicht liegt der

Methode der Glaube zugrunde, daß *irgendwie* der Anfangszustand den Ablauf *wirklich* eindeutig bestimmt, oder daß ein *vollkommenes* Modell, welches mit der Wirklichkeit *ganz genau* übereinstimmt, den Ausgang aller Experimente ganz genau vorausberechnen lassen würde. Vielleicht auch gründet sich umgekehrt dieser Glaube auf die Methode. Es ist aber ziemlich wahrscheinlich, daß die Anpassung des Denkens an die Erfahrung ein *infiniter* Prozeß ist und daß „vollkommenes Modell“ einen Widerspruch im Beiwort enthält, etwa wie „größte ganze Zahl“.

Eine klare Vorstellung davon, was unter einem klassischen *Modell*, seinen *Bestimmungsstücken*, seinem *Zustand* gemeint sei, ist die Grundlage für alles Folgende. Vor allem darf ein *bestimmtes Modell* und ein *bestimmter Zustand desselben* nicht vermengt werden. Am besten wird ein Beispiel dienen. Das RUTHERFORDSche Modell des Wasserstoffatoms besteht aus zwei Massenpunkten. Als Bestimmungsstücke kann man beispielsweise die zwei mal drei rechtwinkligen Koordinaten der zwei Punkte und die zweimal drei Komponenten ihrer Geschwindigkeiten in Richtung der Koordinatenachsen verwenden — also zwölf im ganzen. Statt dessen könnte man auch wählen: die Koordinaten und Geschwindigkeitskomponenten des *Schwerpunktes*, dazu die *Entfernung* der zwei Punkte, *zwei Winkel*, welche die Richtung ihrer Verbindungslinie im Raum festlegen, und die *Geschwindigkeiten* (= Differentialquotienten nach der Zeit), mit welchen die Entfernung und die zwei Winkel sich in dem betreffenden Augenblick verändern; das sind natürlich wieder zwölf. Es gehört *nicht* mit zum Begriff „R.sches Modell des H-Atoms“, daß die Bestimmungsstücke bestimmte Zahlwerte haben sollen. Indem man ihnen solche zuschreibt, gelangt man zu einem *bestimmten Zustand* des Modells. Die klare Übersicht über die Gesamtheit der möglichen Zustände — noch ohne Beziehung zueinander — bildet „das Modell“ oder „das Modell in *irgendeinem* Zustand“. Aber zum Begriff des Modells gehört dann noch mehr als bloß: die zwei Punkte in beliebiger Lage und mit beliebigen Geschwindigkeiten begabt. Es gehört dazu noch, daß für *jeden* Zustand bekannt ist, wie er sich mit der Zeit verändern wird, solange kein äußerer Eingriff stattfindet. (Für die eine Hälfte der Bestimmungsstücke gibt zwar die andere darüber Auskunft, aber für die andere muß es erst gesagt werden.) *Diese* Kenntnis ist latent in den Aussagen: die Punkte haben die Massen  $m$  bzw.  $M$  und die Ladungen  $-e$  bzw.  $+e$  und ziehen sich daher mit der Kraft  $e^2/r^2$  an, wenn ihre Entfernung  $r$  ist.

Diese Angaben, mit bestimmten Zahlwerten für  $m$ ,  $M$  und  $e$  (aber natürlich *nicht* für  $r$ ), gehören mit zur Beschreibung *des Modells* (nicht erst zu der eines bestimmten Zustands).  $m$ ,  $M$  und  $e$  heißen *nicht* Bestimmungsstücke. Dagegen ist die Entfernung  $r$  eines. In dem zweiten „Satz“, den

wir oben beispielsweise angeführt hatten, kommt sie als siebentes vor. Auch wenn man den ersten verwendet, ist  $r$  kein unabhängiges dreizehntes, es läßt sich ja aus den 6 rechtwinkligen Koordinaten ausrechnen:

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

Die Zahl der Bestimmungsstücke (die oft auch *Variable* genannt werden im Gegensatz zu den *Modellkonstanten* wie  $m$ ,  $M$ ,  $e$ ) ist unbegrenzt. Zwölf passend ausgewählte bestimmen alle übrigen oder den *Zustand*. Keine zwölf haben das Privileg, die Bestimmungsstücke zu sein. Beispiele anderer, besonders wichtiger Bestimmungsstücke sind: die Energie, die drei Komponenten des Impulsmomentes bezüglich des Schwerpunktes, die kinetische Energie der Schwerpunktsbewegung. Die eben genannten haben noch eine besondere Eigenart. Sie sind zwar *Variable*, d. h. sie haben in verschiedenen Zuständen verschiedene Werte. Aber in jeder *Reihe* von Zuständen, die im Laufe der Zeit wirklich durchlaufen wird, behalten sie denselben Wert bei. Sie heißen darum auch *Konstante der Bewegung* — im Unterschied von den Modellkonstanten.

## § 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.

Im Angelpunkt der heutigen Quantenmechanik (Q.M.) steht eine Lehrmeinung, die vielleicht noch manche Umdeutung erfahren, aber, wie ich fest überzeugt bin, nicht aufhören wird, den Angelpunkt zu bilden. Sie besteht darin, daß Modelle mit Bestimmungsstücken, die einander, so wie die klassischen, eindeutig determinieren, der Natur nicht gerecht werden können.

Man würde denken, daß für den, der das glaubt, die klassischen Modelle ihre Rolle ausgespielt haben. Aber so ist es nicht. Vielmehr verwendet man gerade *sie*, nicht nur um das Negative der neuen Lehrmeinung auszudrücken; sondern auch die herabgeminderte gegenseitige Determinierung, die danach noch übrigbleibt, wird so beschrieben, als bestehe sie zwischen denselben Variablen derselben Modelle, die früher benützt wurden. Folgendermaßen.

A. Der klassische Begriff des *Zustandes* geht verloren, indem sich höchstens einer wohlausgewählten *Hälfte* eines vollständigen Satzes von Variablen bestimmte Zahlwerte zuweisen lassen; beim RUTHERFORDSchen Modell beispielsweise den 6 rechtwinkligen Koordinaten *oder* den Geschwindigkeitskomponenten (es sind noch andere Gruppierungen möglich). Die andere Hälfte bleibt dann völlig unbestimmt, während überzählige Stücke die verschiedensten Grade von Unbestimmtheit aufweisen können. Im allgemeinen werden in einem vollständigen Satz (beim R.schen Modell zwölf Stücke) *alle* nur unscharf bekannt sein. Über den Grad der Unschärfe läßt sich am besten Auskunft geben, wenn man, der klassischen Mechanik folgend, bei der Auswahl der Variablen dafür

Sorge trägt, daß sie sich zu Paaren sog. kanonisch konjugierter ordnen, wofür das einfachste Beispiel: eine Ortskoordinate  $x$  eines Massenpunktes und die Komponente  $p_x$ , in derselben Richtung geschätzt, seines linearen Impulses (d. i. Masse mal Geschwindigkeit). Solche zwei beschränken einander in der Schärfe, mit der sie gleichzeitig bekannt sein können, indem das Produkt ihrer Toleranz- oder Variationsbreiten (die man durch ein der Größe vorangesetztes  $\Delta$  zu bezeichnen pflegt) nicht unter den Betrag einer gewissen universellen Konstante<sup>1</sup> herabsinken kann, etwa

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h.$$

(HEISENBERGS Ungenauigkeitsbeziehung.)

B. Wenn nicht einmal in jedem Augenblick alle Variable durch einige von ihnen bestimmt sind, dann natürlich auch nicht in einem späteren Augenblick aus erlangbaren Daten eines früheren. Man kann das einen Bruch mit dem Kausalitätsprinzip nennen, aber es ist gegenüber A nichts wesentlich Neues. Wenn in keinem Augenblick ein klassischer Zustand feststeht, kann er sich auch nicht zwangsläufig verändern. Was sich verändert, sind die *Statistiken* oder *Wahrscheinlichkeiten*, die übrigens zwangsläufig. Einzelne Variable können dabei schärfer, andere unschärfer werden. Im ganzen läßt sich behaupten, daß sich die Gesamtschärfe der Beschreibung mit der Zeit nicht ändert, was darauf beruht, daß die durch A aufgelegten Beschränkungen in jedem Augenblick dieselben sind. —

Was bedeuten nun die Ausdrücke „unscharf“, „Statistik“, „Wahrscheinlichkeit“? Darüber gibt die Q.M. folgende Auskunft. Sie entnimmt die ganze unendliche Musterkarte denkbarer Variablen oder Bestimmungsstücke unbedenklich dem klassischen Modell und erklärt jedes Stück für *direkt meßbar*, ja sogar mit beliebiger Genauigkeit meßbar, wenn es nur auf es allein ankommt. Hat man sich durch eine passend ausgewählte beschränkte Zahl von Messungen eine Objektkenntnis von jenem maximalen Typus verschafft, wie sie nach A gerade noch möglich ist, dann gibt der mathematische Apparat der neuen Theorie die Mittel an die Hand, um für denselben Zeitpunkt oder für irgendeinen späteren *jeder* Variablen eine ganz bestimmte *statistische Verteilung* zuzuweisen, d. h. eine Angabe darüber, in welchem Bruchteil der Fälle sie bei diesem oder jenem Wert, oder in diesem oder jenem kleinen Intervall angetroffen werden wird (was man auch Wahrscheinlichkeit nennt). Es ist die Meinung, daß dies in der Tat die Wahrscheinlichkeit sei, die betreffende Variable, wenn man sie in dem betreffenden Zeitpunkt mißt, bei diesem oder jenem Wert anzutreffen. Durch einen einzelnen Versuch läßt sich die Richtigkeit dieser *Wahrscheinlichkeitsvoraussage* höchstens angenähert prüfen, nämlich dann, wenn sie einigermaßen

<sup>1</sup>  $h = 1,041 \cdot 10^{-27}$  ergsec. In der Literatur wird meist das  $2\pi$ -fache davon ( $6,542 \cdot 10^{-27}$  ergsec) mit  $h$  bezeichnet und für *unser*  $h$  ein  $h$  mit einem Querstrichlein geschrieben.

scharf ist, d. h. nur einen kleinen Wertebereich für überhaupt möglich erklärt. Um sie vollinhaltlich zu prüfen, muß man den ganzen Versuch *ab ovo* (d. h. einschließlich der orientierenden oder präparativen Messungen) *sehr* oft wiederholen und darf bloß die Fälle verwenden, wo die *orientierenden* Messungen genau dieselben Resultate ergeben haben. An diesen Fällen soll sich dann die für eine bestimmte Variable aus den orientierenden Messungen vorausberechnete Statistik durch Messung bestätigen — das ist die Meinung.

Man muß sich hüten, diese Meinung deshalb zu kritisieren, weil sie so schwer auszusprechen ist; das liegt an unserer Sprache. Aber eine andere Kritik drängt sich auf. Kaum ein Physiker der klassischen Epoche hat wohl beim Ausdenken eines Modells sich erdreistet zu glauben, daß dessen Bestimmungsstücke am Naturobjekt meßbar sind. Nur viel abgeleitete Folgerungen aus dem Bild waren tatsächlich der experimentellen Prüfung zugänglich. Und man durfte nach aller Erfahrung überzeugt sein: lange bevor die fortschreitende Experimentierkunst die weite Kluft überbrückt haben würde, wird das Modell durch allmähliche Anpassung an neue Tatsachen sich erheblich verändert haben. — Während nun die neue Theorie das klassische Modell für unzuständig erklärt, den *Zusammenhang der Bestimmungsstücke untereinander* wiederzugeben (wofür seine Ersinner es gemeint hatten), hält sie es andererseits für geeignet, uns darüber zu orientieren, was für *Messungen* an dem betreffenden Naturobjekt prinzipiell ausführbar sind; was denen, die das Bild ausgedacht, eine unerhörte Überspannung ihres Denkbehelfs, eine leichtfertige Vorwegnahme künftiger Entwicklung geschienen hätte. Wär' das nicht prästabilisierte Harmonie von eigener Art, wenn die Forscher der klassischen Epoche, die, wie man heute hört, damals noch gar nicht wußten, was *Messen* eigentlich ist, uns gleichwohl als Vermächtnis ihnen unbewußt einen Orientierungsplan überantwortet hätten, aus dem zu entnehmen ist, was man alles z. B. an einem Wasserstoffatom grundsätzlich messen kann!?

Ich hoffe später klarzumachen, daß die herrschende Lehrmeinung aus Bedrängnis geboren ist. Vorläufig fahre ich in ihrer Darlegung fort.

### § 3. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsvoraussagen.

Also alle Voraussagen beziehen sich nach wie vor auf Bestimmungsstücke eines klassischen Modells, auf Orte und Geschwindigkeiten von Massenpunkten, auf Energien, Impulsmomente u. dgl. m. Unklassisch ist bloß, daß nur Wahrscheinlichkeiten vorausgesagt werden. Sehen wir uns das genauer an. Offiziell handelt es sich stets darum, daß vermittelt einiger *jetzt* angestellter Messungen und ihrer Resultate über die zu erwartenden Resultate anderer Messungen, die entweder augenblicklich oder zu bestimmter Zeit darauf folgen sollen, die bestmöglichen Wahrscheinlichkeitsangaben gewonnen werden, welche die

Natur zuläßt. Wie sieht die Sache nun aber wirklich aus? In wichtigen und typischen Fällen folgendermaßen.

Wenn man die Energie eines PLANCKSchen Oszillators mißt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dafür einen Wert zwischen  $E$  und  $E'$  zu finden, nur dann möglicherweise von Null verschieden, wenn zwischen  $E$  und  $E'$  ein Wert aus der Reihe

$$3\pi h\nu, 5\pi h\nu, 7\pi h\nu, 9\pi h\nu, \dots$$

liegt. Für jedes Intervall, das keinen dieser Werte enthält, ist die Wahrscheinlichkeit Null. Auf deutsch: andere Meßwerte sind ausgeschlossen. Die Zahlen sind ungerade Multipla der *Modellkonstante*  $\pi h\nu$  ( $h$  = PLANCKSche Zahl,  $\nu$  = Frequenz des Oszillators). Zwei Dinge fallen auf. Erstens fehlt die Bezugnahme auf vorangehende Messungen — die sind gar nicht nötig. Zweitens: die Aussage leidet wirklich nicht an einem übertriebenen Mangel an Präzision, ganz im Gegenteil, sie ist schärfer als eine wirkliche Messung je sein kann.

Ein anderes typisches Beispiel ist der Betrag des Impulsmoments. In Fig. 1 sei  $M$  ein bewegter Massenpunkt, der Pfeil soll seinen Impuls (Masse mal Geschwindigkeit) nach Größe und Richtung darstellen.  $O$  ist irgendein fester Punkt im Raum, sagen wir der Koordinatenursprung; also nicht ein Punkt mit physikalischer Bedeutung, sondern ein geometrischer Bezugspunkt. Als Betrag des Impulsmoments von  $M$  bezüglich  $O$  bezeichnet die klassische Mechanik das Produkt aus der Länge des Impuls Pfeiles und der Länge des Lotes  $OF$ .

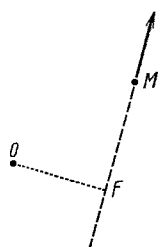


Fig. 1. *Impulsmoment:*

$M$  ist ein materieller Punkt,  $O$  ein geometrischer Bezugspunkt. Der Pfeil soll den Impuls (= Masse mal Geschwindigkeit) von  $M$  darstellen. Dann ist das *Impulsmoment* das Produkt aus der Länge des Pfeils und der Länge  $OF$ .

In der Q.M. gilt für den Betrag des Impulsmoments ganz Ähnliches wie für die Energie des Oszillators. Wieder ist die Wahrscheinlichkeit Null für jedes Intervall, das keinen Wert aus der folgenden Reihe enthält

$$0, h\sqrt{2}, h\sqrt{2 \times 3}, h\sqrt{3 \times 4}, h\sqrt{4 \times 5}, \dots$$

d. h. nur einer dieser Werte kann herauskommen. Das gilt wieder ganz ohne Bezug auf vorangehende Messungen. Und man kann sich wohl vorstellen, wie wichtig diese präzise Aussage ist, *viel* wichtiger als die Kenntnis, welcher von diesen Werten oder welche Wahrscheinlichkeit für jeden von ihnen im Einzelfall wirklich vorliegt. Außerdem fällt hier aber noch auf, daß vom Bezugspunkt gar nicht die Rede ist: wie immer man ihn wählt, man wird einen Wert aus dieser Reihe finden. Am Modell ist diese Behauptung unsinnig, denn das Lot  $OF$  verändert sich *stetig*, wenn man den Punkt  $O$  ver-

schiebt, und der Impuls Pfeil bleibt ungeändert. Wir sehen an diesem Beispiel, wie die Q.M. das Modell zwar benützt, um an ihm die Größen abzulesen, welche man messen kann und über welche Voraussagen zu machen für sinnvoll gehalten wird, während es für unzuständig erklärt werden muß, den Zusammenhang dieser Größen untereinander zum Ausdruck zu bringen.

Hat man nun nicht in beiden Fällen das Gefühl, daß der wesentliche Inhalt dessen, was gesagt werden soll, sich nur mit einiger Mühe zwängen läßt in die spanischen Stiefel einer Voraussage über die Wahrscheinlichkeit, für eine Variable des klassischen Modells diesen oder jenen Meßwert anzutreffen? Hat man nicht den Eindruck, daß hier von grundlegenden Eigenschaften *neuer* Merkmalgruppen die Rede ist, die mit den klassischen nur noch den Namen gemein haben? Es handelt sich keineswegs um Ausnahmefälle, gerade die wahrhaft wertvollen Aussagen der neuen Theorie haben diesen Charakter. Es gibt wohl auch Aufgaben, die sich dem Typus nähern, auf den die Ausdrucksweise eigentlich zugeschnitten ist. Aber sie haben nicht annähernd dieselbe Wichtigkeit. Und vollends die, die man sich naiverweise als Schulbeispiele konstruieren würde, die haben gar keine. „Gegeben der Ort des Elektrons im Wasserstoffatom zur Zeit  $t = 0$ ; man konstruiere seine Ortsstatistik zu einer späteren Zeit.“ Das interessiert keinen Menschen.

Dem Wortlaut nach beziehen sich alle Aussagen auf das anschauliche Modell. Aber die wertvollen Aussagen sind an ihm wenig anschaulich und seine anschaulichen Merkmale sind von geringem Wert.

#### § 4. *Kann man der Theorie ideale Gesamtheiten unterlegen?*

Das klassische Modell spielt in der Q.M. eine Proteus-Rolle. Jedes seiner Bestimmungsstücke kann unter Umständen Gegenstand des Interesses werden und eine gewisse Realität erlangen. Aber niemals alle zugleich — bald sind es diese, bald sind es jene, und zwar immer höchstens die *Halbte* eines vollständigen Variablensatzes, der ein klares Bild von dem augenblicklichen Zustand erlauben würde. Wie steht es jeweils mit den übrigen? *Haben* die dann keine Realität, vielleicht (s. v. v.) eine verschwommene Realität; oder haben stets alle eine und ist bloß, nach Satz A von § 2 ihre gleichzeitige *Kenntnis* unmöglich?

Die zweite Auffassung ist außerordentlich naheliegend für den, der die Bedeutung der *statistischen Betrachtungsweise* kennt, die in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts entstanden ist; zumal wenn er gedenkt, daß am Vorabend des neuen *aus ihr*, aus einem zentralen Problem der statistischen Wärmelehre, die Quantentheorie geboren wurde (MAX PLANCKS Theorie der Wärmestrahlung, Dezember 1899). Das Wesen jener Denkrichtung besteht gerade darin, daß man praktisch niemals alle Bestimmungsstücke des

Systems kennt, sondern *viel* weniger. Zur Beschreibung eines wirklichen Körpers in einem gegebenen Augenblick zieht man darum nicht *einen* Zustand des Modells, sondern ein sog. *Gibbsches Ensemble* heran. Damit ist gemeint eine ideale, das heißt bloß gedachte, Gesamtheit von Zuständen, welche genau unsere beschränkte Kenntnis vom wirklichen Körper widerspiegelt. Der Körper soll sich dann so benehmen wie ein *beliebig aus dieser Gesamtheit herausgegriffener* Zustand. Diese Auffassung hat die allergrößten Erfolge gehabt. Ihren höchsten Triumph bildeten solche Fälle, in denen *nicht* alle in der Gesamtheit vorkommenden Zustände *dasselbe* beobachtbare Verhalten des Körpers erwarten lassen. Der Körper benimmt sich nämlich dann wirklich bald so, bald so, genau der Voraussicht entsprechend (thermodynamische Schwankungen). Es liegt nahe, daß man versuche, die stets unscharfe Aussage der Q.M. auch zu beziehen auf eine ideale Gesamtheit von Zuständen, von denen im konkreten Einzelfall ein ganz bestimmter vorliege — aber man weiß nicht welcher.

Daß das nicht geht, zeigt uns das *eine* Beispiel vom Impulsmoment, als eines für viele. Man denke sich in Fig. 1 den Punkt *M* in die verschiedensten Lagen gegenüber *O* gebracht und mit den verschiedensten Impulsfeilen versehen und vereinige alle diese Möglichkeiten zu einer idealen Gesamtheit. Dann kann man wohl die Lagen und die Pfeile so auswählen, daß in jedem Fall das Produkt aus der Länge des Pfeils und der Länge des Lotes *OP* einen oder den anderen von den zulässigen Werten hat — bezüglich des bestimmten Punktes *O*. Aber für einen beliebigen anderen Punkt *O'* treten selbstverständlich unzulässige Werte auf. Das Heranziehen der Gesamtheit hilft also keinen Schritt weiter. — Ein anderes Beispiel ist die Energie des Oszillators. Es gibt den Fall, daß sie einen scharf bestimmten Wert hat, z. B. den niedersten  $3\pi\hbar\nu$ . Die Entfernung der zwei Massenpunkte (die den Oszillator bilden) erweist sich dann als sehr *unscharf*. Um diese Aussage auf ein statistisches Kollektiv von Zuständen beziehen zu können, müßte dann aber in diesem Fall die Statistik der Entfernungen wenigstens nach oben hin scharf begrenzt sein durch diejenige Entfernung, bei der schon die *potentielle Energie* den Wert  $3\pi\hbar\nu$  erreicht bzw. überschreitet. So ist es aber nicht, sogar beliebig große Entfernungen kommen vor, wenn auch mit stark abnehmender Wahrscheinlichkeit. Und das ist nicht etwa ein nebensächliches Rechenergebnis, das irgendwie beseitigt werden könnte, ohne die Theorie ins Herz zu treffen: neben vielem anderen gründet sich auf diesen Sachverhalt die quantenmechanische Erklärung der Radioaktivität (GAMOW). — Die Beispiele ließen sich ins Unbegrenzte vermehren. Man beachte, daß von zeitlichen Veränderungen gar nicht die Rede war. Es würde nichts helfen, wenn man dem Modell erlauben wollte, sich ganz „unklassisch“ zu verändern, etwa zu „sprin-

gen“. Schon für den einzelnen Augenblick klappt es nicht. Es gibt in keinem Augenblick ein Kollektiv klassischer Modellzustände, auf das die Gesamtheit der quantenmechanischen Aussagen dieses Augenblicks zutrifft. Dasselbe läßt sich auch so ausdrücken: wenn ich dem Modell in jedem Augenblick einen bestimmten (mir bloß nicht genau bekannten) Zustand zuschreiben wollte oder (was dasselbe ist) *allen* Bestimmungsstücken bestimmte (mir bloß nicht genau bekannte) Zahlwerte, so ist keine Annahme über diese Zahlwerte *denkbar*, die nicht mit einem Teil der quantentheoretischen Behauptungen im Widerspruch stünde.

Das ist nicht ganz, was man erwartet, wenn man hört, daß die Angaben der neuen Theorie immer unscharf sind im Vergleich zu den klassischen.

#### § 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?

Die andere Alternative bestand darin, daß man bloß den jeweils scharfen Bestimmungsstücken Realität zugestehe — oder allgemeiner gesprochen einer jeden Variablen eine solche Art der Verwirklichung, die genau der quantenmechanischen Statistik dieser Variablen in dem betreffenden Augenblick entspricht.

Daß es nicht etwa unmöglich ist, Grad und Art der Verwaschenheit *aller* Variablen in *einem* vollkommen *klaren* Bilde zum Ausdruck zu bringen, geht schon daraus hervor, daß die Q.M. ein solches Instrument tatsächlich besitzt und verwendet, die sog. Wellenfunktion oder  $\psi$ -Funktion, auch Systemvektor genannt. Von ihr wird weiter unten noch viel die Rede sein. Daß sie ein abstraktes, unanschauliches mathematisches Gebilde sei, ist ein Bedenken, das gegenüber neuen Denkbehelfen fast immer auftaucht und nicht viel zu sagen hätte. Jedenfalls ist sie ein Gedankending, das die Verwaschenheit aller Variablen in jedem Augenblick ebenso klar und exakt konterfeit, wie das klassische Modell deren scharfe Zahlwerte. Auch ihr Bewegungsgesetz, das Gesetz ihrer zeitlichen Änderung, solange das System sich selbst überlassen ist, steht an Klarheit und Bestimmtheit hinter den Bewegungsgleichungen des klassischen Modells um kein Jota zurück. Mithin könnte die  $\psi$ -Funktion geradezu an dessen Stelle treten, solange die Verwaschenheit sich auf atomare, der direkten Kontrolle entzogene Dimensionen beschränkt. In der Tat hat man aus der Funktion ganz anschauliche und bequeme Vorstellungen abgeleitet, beispielsweise die „Wolke negativer Elektrizität“ um den positiven Kern u. dgl. Ernste Bedenken erheben sich aber, wenn man bemerkt, daß die Unbestimmtheit grob tastbare und sichtbare Dinge ergreift, wo die Bezeichnung Verwaschenheit dann einfach falsch wird. Der Zustand eines radioaktiven Kerns ist vermutlich in solchem Grade und in solcher Art verwaschen, daß weder der Zeitpunkt des Zerfalls noch die Richtung feststeht, in der die  $\alpha$ -Partikel, die dabei austritt, den Kern verläßt. Im Innern des Atomkerns stört uns die

Verwaschenheit nicht. Die austretende Partikel wird, wenn man anschaulich deuten will, als Kugelle beschreiben, die nach allen Richtungen und fortwährend vom Kern emaniert und einen benachbarten Leuchtschirm fortwährend in seiner ganzen Ausdehnung trifft. Der Schirm aber zeigt nicht etwa ein beständiges mattes Flächenleuchten, sondern blitzt in *einem* Augenblick an *einer* Stelle auf — oder, um der Wahrheit die Ehre zu geben, er blitzt bald hier, bald dort auf, weil es unmöglich ist, den Versuch mit bloß einem einzigen radioaktiven Atom auszuführen. Benützt man statt des Leuchtschirms einen räumlich ausgedehnten Detektor, etwa ein Gas, das von den  $\alpha$ -Teilchen ionisiert wird, so findet man die Ionenpaare längs geradliniger Kolonnen angeordnet<sup>1</sup>, die rückwärts verlängert das radioaktive Materiekörnchen treffen, von dem die  $\alpha$ -Strahlung ausgeht (C.T.R. WILSONsche Bahnspuren, durch Nebeltröpfchen sichtbar gemacht, die auf den Ionen kondensieren).

Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine (die man gegen den direkten Zugriff der Katze

<sup>1</sup> Zur Veranschaulichung kann Fig. 5 oder 6 auf S. 375 des Jg. 1927 dieser Zeitschrift dienen; oder auch Fig. 1, S. 734 des vorigen Jahrganges (1934), da sind es aber Bahnspuren von Wasserstoffkernen.

sichern muß): in einem GEIGERSchen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, so wenig, daß im Lauf einer Stunde *vielleicht* eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sich sagen, daß die Katze noch lebt, *wenn* inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiftet haben. Die  $\psi$ -Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebende und die tote Katze (s. v. v.) zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.

Das Typische an diesen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung *entscheiden* läßt. Das hindert uns, in so naiver Weise ein „verwaschenes Modell“ als Abbild der Wirklichkeit gelten zu lassen. An sich enthielte es nichts Unklares oder Widerspruchsvolles. Es ist ein Unterschied zwischen einer verwackelten oder unscharf eingestellten Photographie und einer Aufnahme von Wolken und Nebelschwaden.

(Fortsetzung folgt.)

## Der Ausbruchscyklus des Merapi in den Jahren 1933/34.

VON HANS RECK, Berlin.

Schon einmal habe ich in dieser Zeitschrift<sup>1</sup> über einen der stärksten Ausbrüche dieses regsten und gefährlichsten Vulkans Niederländisch-Indiens berichtet, nämlich über den des Jahres 1930, mit dem nach langer Pause eine neue Unruheperiode seines Herdes eingeleitet wurde. Dieser Paroxysmus, dessen Abklingen noch weit in das Jahr 1931 hineinreichte, ist vom vulkanologischen Dienst Niederl. Indiens sehr gründlich studiert und inzwischen in einer schönen Monographie von NEUMANN VAN PADANG<sup>2</sup> veröffentlicht worden. Drei Vulkanologen vor allem: STEHN, NEUMANN VAN PADANG und HARTMANN, verdanken wir die weitgehende Klärung der Erscheinungen dieses Ausbruches und damit eines Ausbruchstyps, der nicht von minderem allgemein vulkanologischem Interesse und nicht von geringerer praktischer Bedeutung ist als etwa der eines Stratovulkans, wie der Vesuv, oder eines Schildvulkans, wie der Skjaldbreið auf Island einer ist.

Dieser Typ läßt sich allgemein dahin charakterisieren, daß eine erste Explosivphase Träger der Befreiung des in der vorangegangenen Ruhezeit äußerlich mehr oder minder unmerklich eruptions-

reif gewordenen Magmas ist. Diese Phase kennzeichnen sowohl auf- wie absteigende Eruptionswolken; sie ist dadurch bei weitem die gefährlichste des ganzen Cyklus. Sie wirkt zerstörend und vermag stürmisch den angesammelten Überschuß an Energie im Herd. Eine zweite Phase führt zähes, gasärmer gewordenes Magma durch den Schlot empor und staut es zu einer Kuppe über dem Austrittspunkt auf. Eine dritte, mit der vorangehenden meist eng verknüpfte Phase endlich führt, ebenfalls gas- und explosionsarm, den Andrang der Lavamassen, die der stets relativ klein bleibende Kuppenbau nicht zu fassen vermag, in Stromform an der geeignetsten Stelle aus dem Kraterbereich über die Vulkanhänge ab. Diese beiden Phasen sind die Aufbauphasen des Vulkans. Eine vierte Phase endlich ist die sehr verschieden lange Pause der Erschöpfung, während welcher der Vulkan Stoff und Kräfte ergäntzt und zu neuem Durchbruch sammelt.

Es ist selbstverständlich, daß bei dem überwältigenden, verwirrenden Kräftespiel eines Vulkanausbruches diese Einzelphasen ebensowenig schematisch gleich ablaufen wie die ganzen Cyklen. Die Variabilität aller Einzelheiten ist für unser Schauen und Verstehen fast unbegrenzt; sie können die erkannten Gesetzmäßigkeiten sogar zeitweise überwuchern; aber die Grundzüge des Zyklusablaufes, das Typologische, schält sich doch bei jedem Gesamtüberblick über eine solche Eruptionsperiode

<sup>1</sup> H. RECK, Der Merapi-Vulkan auf Java und sein Ausbruch im Dezember 1930. Naturwiss. 19, 369—373 (1931).

<sup>2</sup> M. NEUMANN VAN PADANG, De uitbarsting van den Merapi (Midden Java) in de jaren 1930—1931. Vulkanol. en seismolog. Mededeel 1933, Nr 12.